



## 8 Druk

### 8.1 Druk en kracht

Het begrip 'druk' wordt in het dagelijkse gebruik vaak verwisseld met het begrip 'kracht'. Toch zijn dit twee zeer verschillende begrippen, die wel veel met elkaar te maken hebben.

Een voorwerp kan door de aantrekkingskracht, die erop werkt, een kracht uitoefenen op een ander voorwerp of op de ondergrond. We spreken dan van het gewicht van het voorwerp.



Er zijn natuurlijk meer krachten dan het gewicht. Zo kennen we de spierkracht, veerkracht, magneetkracht, elektrische kracht enz.



We weten ook wel dat de oppervlakte, waarop die bepaalde kracht werkt, van belang is voor de vraag of de ondergrond sterk genoeg is om het voorwerp te dragen.

In het algemeen geldt, dat hoe groter de oppervlakte is waarop de kracht werkt, hoe kleiner de indrukking in de ondergrond is. De kracht wordt als het ware meer verdeeld. Door dit alles komen we uit bij het begrip **druk**, met symbool  $p$ .

de druk  $p$  op een vlak is de kracht  $F$  per oppervlakte-eenheid  $A$  van dat vlak

In formule:

$$p = \frac{F}{A}$$

hierin is

$p$  = de druk, in Pa of  $\text{N}/\text{m}^2$ ;  
 $F$  = de kracht, in N;  
 $A$  = het oppervlak, in  $\text{m}^2$ .

De eenheid van druk is  $\text{N}/\text{m}^2$ . Men heeft aan deze eenheid een naam gegeven namelijk: pascal. Het symbool is Pa.

Dus:

$$1 \text{ Pa} = 1 \text{ N}/\text{m}^2$$

# Druk

Een andere eenheid van oppervlakte is  $\text{cm}^2$ . Voor het omrekenen geldt het volgende:

$$1 \text{ N/m}^2 = \frac{1 \text{ N}}{1 \text{ m}^2} = \frac{1 \text{ N}}{1000 \text{ cm}^2} = \frac{1 \text{ N}}{10^4 \text{ cm}^2} = 1 \cdot 10^{-4} \text{ N/cm}^2$$

We kunnen dus door de oppervlakte te veranderen de druk veranderen. In de praktijk komt dit veelvuldig voor.

Denk maar eens aan een scherp mes, dit heeft op de snijkant een heel klein oppervlak, waardoor het beter snijdt dan een bot mes, dat op het snijvlak een groter oppervlak heeft en dus een lagere druk uitoefent op het onderliggende materiaal.

Andere voorbeelden zijn sneeuwschoenen om de druk te verkleinen, zodat je niet in de sneeuw wegzakt.



Ook bij het skiën maakt men gebruik van een groter oppervlak om niet teveel in de sneeuw weg te zakken.

Of rijplaten voor voertuigen op een zachte ondergrond.

Wanneer er iemand door het ijs gezakt is, zal de hulpverlener niet aan de rand van het wak op het ijs gaan staan en de hand reiken naar de drenkeling. Het is verstandiger is om eerst een ladder tot aan het wak te schuiven en daarna in liggende houding een helpende hand naar de drenkeling uit te steken.

Iemand die een parketvloer in huis heeft, zal niet erg blij zijn met een feestje waarop veel vrouwen naaldhakken dragen. Bij naaldhakken komt het volle gewicht van een vrouw op  $1 \text{ cm}^2$ .

De druk is hierbij zeer groot, zodat er in de parketvloer deuken komen, die er alleen bij een grote schuurbeurt weer uit verwijderd kunnen worden.

Het duidelijkste en meest tastbare voorbeeld is een punaise. Iedereen zal een punaise met de punt naar de muur en het dekseltje tegen de vingergebruiken en niet andersom.



Voorbeeld

Een voorwerp met een massa van 35 kg heeft een oppervlak, waarmee het op het ondersteunende vlak staat, van  $0,25 \text{ m}^2$ .

Bereken de druk op het ondersteunende vlak.

$$p = \frac{F}{A} = \frac{350}{0,25} = 1400 \text{ N/m}^2$$

## Opgaven.

1. Een persoon van 80 kg staat op een blikje op de stoep. Het oppervlak waarmee het blikje op de stoep staat bedraagt  $0,002 \text{ m}^2$ .  
Bereken de druk.
2. Met welke kracht duwt een persoon op een doosje, als gegeven is dat het oppervlak waarmee de duim het doosje raakt  $2 \text{ cm}^2$  bedraagt en de druk gelijk is aan  $100000 \text{ N/m}^2$ .
3. Een schaatsenrijder heeft een massa van 65 kg. De oppervlakte van het schaatsvlak van een schaats bedraagt  $1 \text{ cm}^2$ .  
Bereken de druk die de schaatsenrijder uitoefent op het ijs, als hij met twee schaatsen op het ijs staat.



4. De vorm van een voorwerp is vaak bepalend voor de stabiliteit van dat voorwerp. In een TV-programma liet iemand een vrachtwagen van 6 ton op 6 bierglazen staan. De glazen stonden omgekeerd en de vrachtwagen werd er met alle wielen gelijktijdig bovenop gezet.  
Bereken de druk per glas wanneer gegeven is dat het oppervlak van het glas waarop de band staat  $0,004 \text{ m}^2$  is.



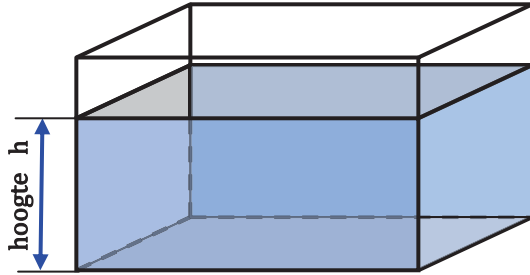
5. Els wil in haar woning een nieuwe parketvloer leggen. Omdat op de vloer ook een piano moet staan, vraagt zij gegevens op bij de fabrikant. Zij krijgt de volgende gegevens:

vloer	maximale druk
beuken	$400 \text{ N/cm}^2$
grenen	$300 \text{ N/cm}^2$
ebben	$250 \text{ N/cm}^2$
vuren	$150 \text{ N/cm}^2$

De piano weegt  $2400 \text{ N}$  en staat op 4 poten. Iedere poot heeft een contactoppervlak van  $2 \text{ cm}^2$  met de vloer. Het gewicht van de piano is gelijk over de poten verdeeld. Bereken welke vloer(en) kan Els kiezen, zonder dat er blijvende vervorming door de piano optreedt?

## 8.2 Vloeistofdruk

Het gaat hier dus om hetzelfde begrip druk, maar nu veroorzaakt door een vloeistof. We stellen ons voor een rechthoekige bak gevuld met een vloeistof.



De kracht die de vloeistof op de bodem uitoefent is niets anders dan het gewicht van die vloeistof.

De druk die de vloeistof op de bodem uitoefent, wordt de **hydrostatische druk** genoemd. Hiervoor geldt:

$$p = h \cdot \rho \cdot g$$

Hierin is

- $p$  = de druk op de bodem, in Pa;
- $h$  = de hoogte van de vloeistof, in m;
- $\rho$  = de dichtheid van de vloeistof, in  $\text{kg/m}^3$ ;
- $g$  = de gravitatieconstante,  $10 \text{ m/s}^2$ .

Voorbeeld

Een bak is voor  $\frac{3}{4}$  deel gevuld met een koelvloeistof. De dichtheid van deze koelvloeistof bedraagt  $1030 \text{ kg/m}^3$ .

Bereken de druk op de bodem.

$$p = h \cdot \rho \cdot g$$

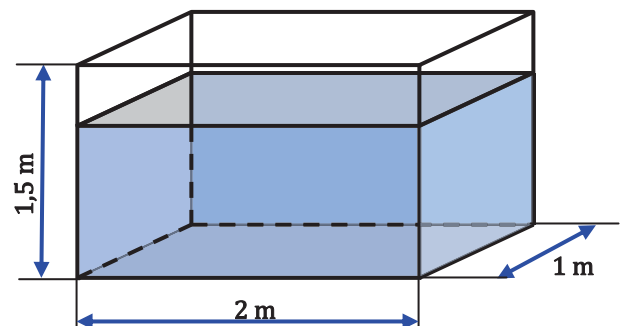
$$p = \left(\frac{3}{4} \cdot 1,5\right) \cdot 1030 \cdot 10$$

$$p = 11587,5 \text{ N/m}^2$$

Hoe groot is nu de kracht op de bodem?

$$p = \frac{F}{A} \quad \rightarrow \quad F = p \cdot A$$

$$F = 11587,5 \cdot (2 \cdot 1) = 23175 \text{ N}$$

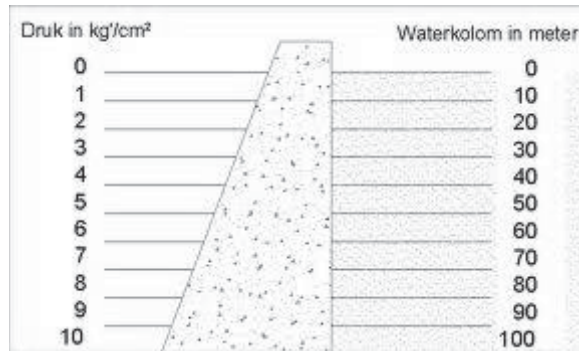


# Druk

Wanneer we naar een stuwdam kijken dan zal ons opvallen dat deze aan de onderkant veel breder is dan aan de bovenkant.

Deze constructie is noodzakelijk omdat de druk op de stuwdam steeds groter wordt naarmate we verder onder water zitten. De basis van de stuwdam zal het stevigst moeten zijn.

In onderstaande afbeelding is schematisch een overzicht daarvan gegeven.



## Opgaven.

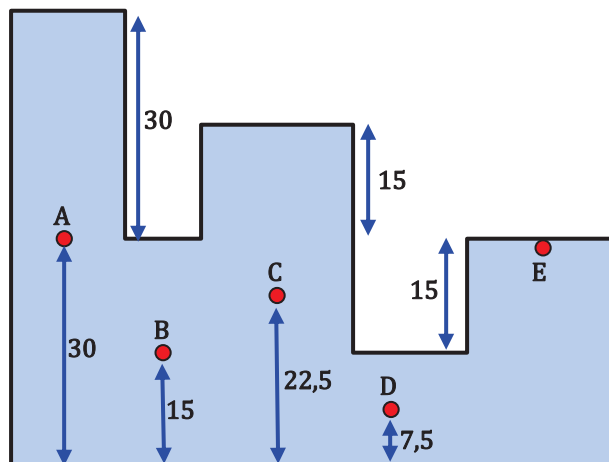
- In een maatcilinder staat tot een hoogte van 65 cm aceton. Bereken de druk op de bodem van de maatcilinder.
- Een duiker, die in zoet water duikt, ondervindt een druk van  $94,81 \text{ N/cm}^2$ . Bereken op welke diepte deze duiker zich bevindt.
- Een parelduiker zoekt soms op 25 m diepte naar parels. Welke druk heerst er op deze diepte in de zee?

Stel dat het oppervlak van het trommelvlies van deze parelduiker  $0,5 \text{ cm}^2$  bedraagt. Bereken de kracht die op deze diepte op het trommelvlies werkt.

- Van een duikboot is gegeven dat de huid een maximale druk van  $2495 \text{ kPa}$  kan verdragen. Bereken hoe diep deze duikboot maximaal kan duiken in zoet water.



10. Bereken de druk in de punten A, B, C, D en E, alle maten zijn in cm en de bak is gevuld met water.



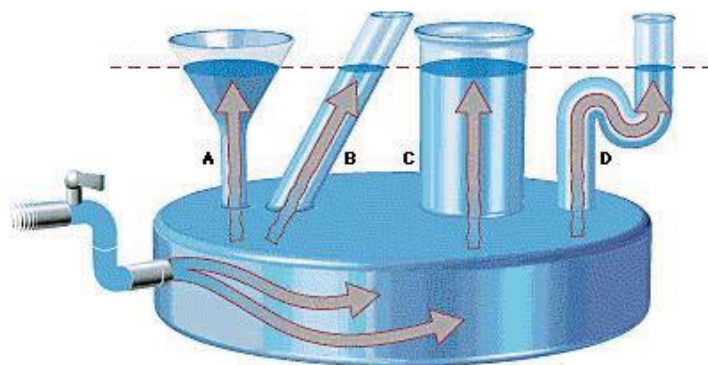
11. Bij een stuwdam maakt men gebruik van het verschil in waterhoogte. Bereken hoeveel druk er op de uitstroomopening komt te staan bij een hoogteverschil van 100 m.

## 8.2.1 communicerende vaten

Op de afbeeldingen wordt getoond dat als met elkaar in verbinding staande glazen buizen gevuld worden met water, het water in iedere buis even hoog gaat staan.

We noemen dit: **communicerende vaten**.

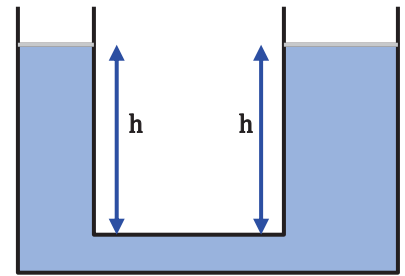
Het water gaat in iedere buis even hoog staan omdat er op de waterspiegel gedrukt wordt door de luchtdruk en die is bij alle buizen even groot. Is die druk niet even groot, dan zal de vloeistof stijgen of dalen afhankelijk van de situatie.



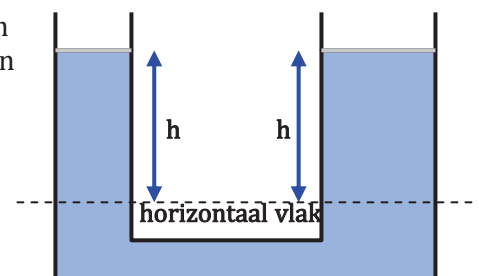
# Druk

## Regels

1. Als de vaten gevuld zijn met dezelfde vloeistof, dan liggen de vloeistofspiegels in hetzelfde horizontale vlak, omdat de druk op de vloeistof in elk even groot is, namelijk de druk van de buitenlucht.



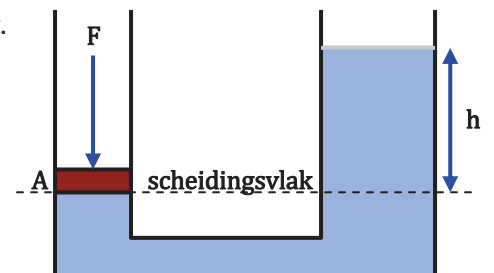
2. Zijn de vaten gevuld met dezelfde vloeistof dan is de druk in elk willekeurig gekozen horizontaal vlak in de vloeistof even groot.



3. Als op één van de vloeistofspiegels een druk wordt uitgeoefend, dan is de druk in het scheidingsvlak even groot.

$$p_{\text{links}} = p_{\text{rechts}}$$

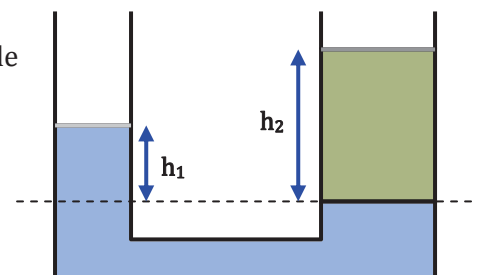
$$\frac{F}{A} = h \cdot \rho \cdot g$$



4. Zijn de vaten gevuld met verschillende vloeistoffen dan is de druk in het scheidingsvlak even groot.

$$p_{\text{links}} = p_{\text{rechts}}$$

$$h_1 \cdot \rho_1 \cdot g = h_2 \cdot \rho_2 \cdot g$$



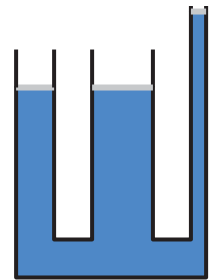


## 8.2.2 capillaire vaten

Capillaire vaten, ook wel haarvaten genoemd, zijn heel dunne buisjes. Door de aantrekkingskracht tussen de watermoleculen en de glasmoleculen kruipt het water in de haarvaten omhoog. Dit verschijnsel vindt men terug bij de werking van een spons, het opstijgen van water door de stengels van planten, maar ook bij het afdrogen van de vaat met een afdroogdoek.

Niet alle vloeistoffen hebben de neiging in haarvaten omhoog te kruipen.

Als we kwik gebruiken in plaats van water, dan zien we dat het kwik in de haarvaten juist lager staat dan in de wijdere vaten.



Voorbeeld

In een U-vormige buis wordt op een vloeistof een kracht van 60 N uitgeoefend door de zuiger. Er is evenwicht. De dichtheid van de vloeistof bedraagt 1250 kg/m<sup>3</sup>.

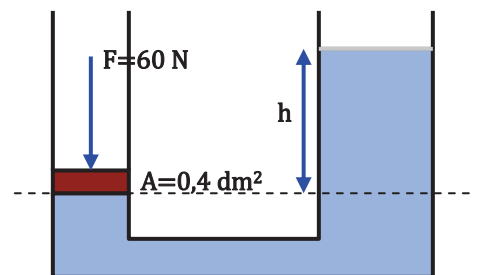
Hoe groot is de hoogte h?

$$p_{\text{links}} = p_{\text{rechts}}$$

$$\frac{F}{A} = h \cdot \rho \cdot g$$

$$\frac{60}{0,004} = h \cdot 1250 \cdot 10$$

$$h = 1,2 \text{ m}$$



Voorbeeld

In het rechterbeen van een U-buis staat een hoeveelheid olie bovenop water. Er is evenwicht.

Gegeven is:

$$\rho_1 = 1000 \text{ kg/m}^3$$

$$\rho_2 = 800 \text{ kg/m}^3$$

$$h_1 = 16 \text{ cm}$$

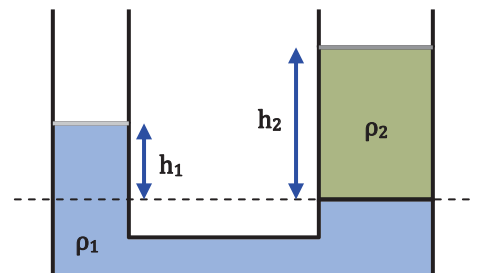
Bereken de hoogte van de olie.

$$p_{\text{links}} = p_{\text{rechts}}$$

$$h_1 \cdot \rho_1 \cdot g = h_2 \cdot \rho_2 \cdot g$$

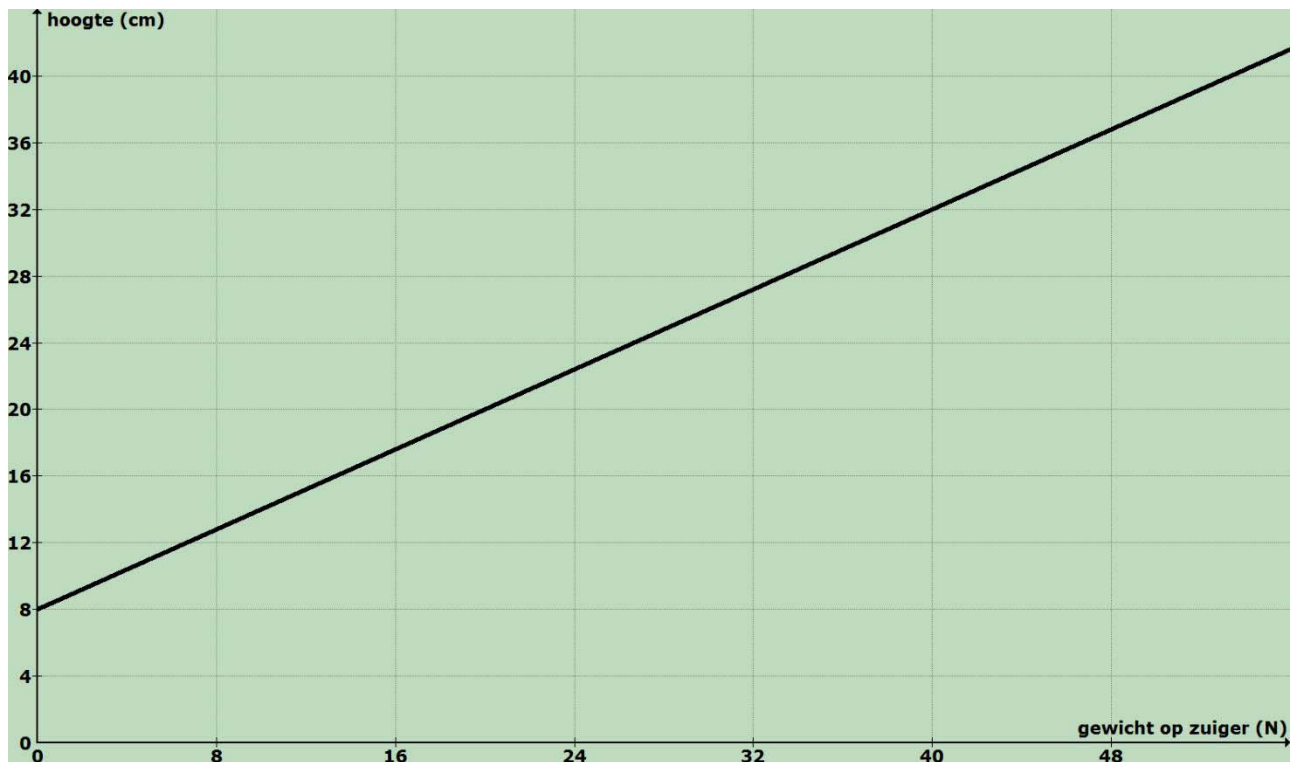
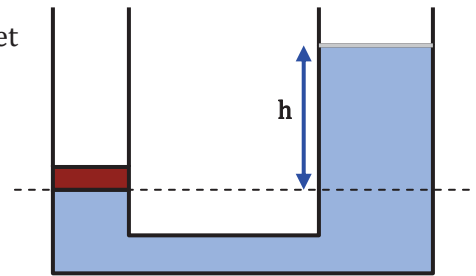
$$0,16 \cdot 1000 \cdot 10 = h_2 \cdot 800 \cdot 10$$

$$1600 = h_2 \cdot 8000 \quad \rightarrow \quad h_2 = 0,2 \text{ m} = 20 \text{ cm}$$



## Opgaven.

12. Een U-vormige buis is gedeeltelijk met water gevuld. In het brede deel van de buis rust een zuiger op het water. De zuiger kan zonder wrijving bewegen. De afstand  $h$  is het hoogteverschil tussen de waterniveaus in de beide delen van de buis. Op de zuiger worden verschillende gewichten geplaatst. Bij elk gewicht wordt de afstand  $h$  gemeten. De resultaten van deze metingen zijn in onderstaand diagram weergegeven.



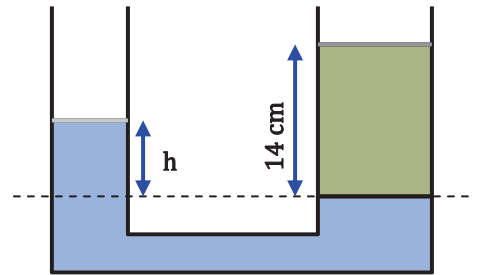
- Lees uit de grafiek af hoe groot de afstand  $h$  is, als op de zuiger een gewicht van 40 N is geplaatst.
- Lees uit de grafiek af hoe groot de afstand  $h$  is, als op de zuiger geen gewicht geplaatst is.

De zuiger blijft onbelast.

- Bereken de druk die door de zuiger op het water wordt uitgeoefend.

13. In het rechterbeen van twee communicerende vaten staat een vloeistofkolom van 14 cm met een dichtheid van  $1,2 \text{ g/cm}^3$ .  
De andere vloeistof heeft een dichtheid van  $2 \text{ g/cm}^3$ .

Bereken de hoogte  $h$ .



14. Twee communicerende vaten met doorsneden van resp.  $5 \text{ cm}^2$  en  $8 \text{ cm}^2$  zijn gevuld met kwik, waarop in het nauwe been een zuiger met een massa van 20 kg drukt.  
Hoeveel staat het kwik in het andere been dan hoger?

15. De communicerende vaten zijn gevuld met een vloeistof.  
In beide benen worden verschillende vloeistoffen gegoten.

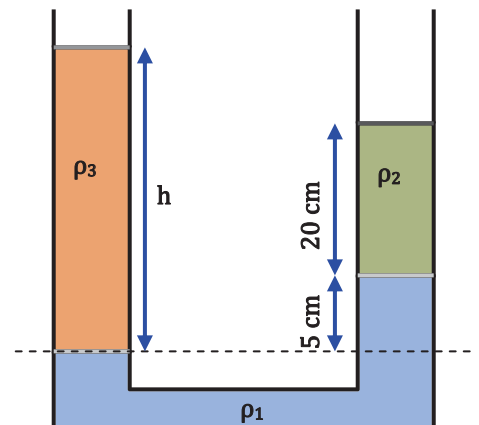
De gegevens zijn:

$$\rho_1 = 1,8 \text{ g/cm}^3$$

$$\rho_2 = 1,2 \text{ g/cm}^3$$

$$\rho_3 = 0,8 \text{ g/cm}^3$$

Bereken de hoogte  $h$ .



## 8.2.3 wet van Pascal

Bij vaste stoffen hebben de moleculen, door grote cohesiekrachten, een vaste plaats. Hierdoor kan een vast voorwerp een eigen vorm hebben.

Bij een vloeistof is de cohesiekracht geringer en kunnen de deeltjes zich langs elkaar verplaatsen. Daar elk deeltje wordt aangetrokken door de aantrekkingskracht van de aarde, zoekt het de laagste plaats op, zodat de vorm van de vloeistof afhangt van het vat, waarin het zich bevindt.

Men kan dit goed zien bij een smeltend stuk ijs, het gevormde water stroomt direct weg. Deze beweeglijkheid van vloeistoffen heeft nog een ander gevolg.

Stel men heeft een blok ijs en een bakje, met dezelfde vorm als het blok ijs, gevuld met water. Plaatst men op het ijs een massa, dan komen de deeltjes, die daar onder liggen, onder druk. Maar de moleculen, die links en rechts van de massa liggen, bemerken niets van deze druk. De drukverdeling is dus onregelmatig.

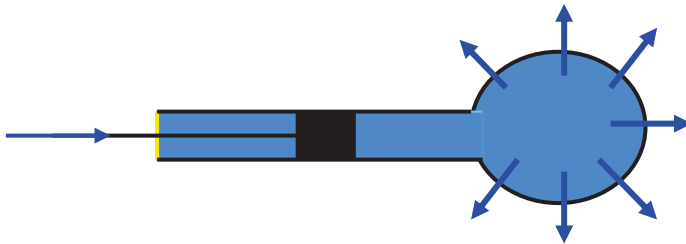
Plaatst men de massa op het water, dan wijken de vloeistofdeeltjes onmiddellijk terug, omdat ze zich langs elkaar verplaatsen kunnen. De massa zakt naar de bodem, het water stroomt over de rand van het bakje en nergens ontstaat druk.

Anders wordt dit laatste echter, als het bakje geheel gevuld en afgesloten is met een zuiger. Plaatst men op deze zuiger de massa, dan wil het water ontwijken, maar er is nu nergens ruimte. Het ene deeltje tracht langs het andere weg te komen, de gehele massa komt onder druk te staan, welke tenslotte door de wanden van het bakje wordt opgenomen.

Bij een vaste stof ontstaat dus door de massa plaatselijke druk, bij een vloeistof in een open ruimte ontstaat geen druk en bij een vloeistof in een gesloten ruimte is overal druk ontstaan. Voor dit laatste geval geldt de wet van Pascal, welke luidt:

wanneer zich in een afgesloten ruimte vloeistof bevindt en men oefent op die vloeistof een druk uit, dan zal deze druk zich in alle richtingen onveranderd voortplanten.

Om de wet van Pascal enigszins zichtbaar te maken, kan men gebruik maken van een glazen bol met diverse openingen die vastgemaakt is aan een glazen cilinder met een beweegbare zuiger.



## 8.2.4 hydraulische pers

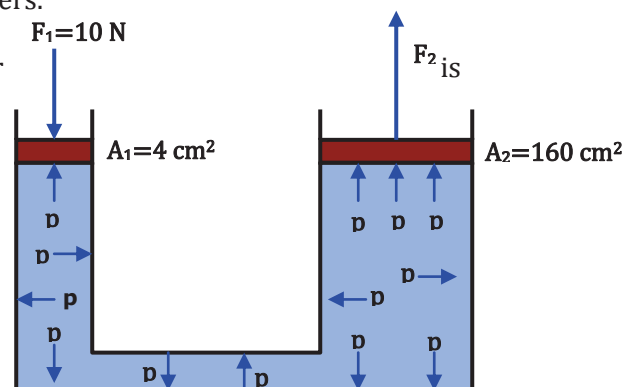
Een toepassing van de wet van Pascal is de hydraulische pers. Twee cilinders staan met elkaar in verbinding. Ze zijn gevuld met vloeistof, die in beide cilinders door een zuiger afgesloten.

Een kracht  $F_1$  wordt uitgeoefend op de kleine linkerzuiger. Deze zuiger heeft een oppervlakte  $A_1$ , het gewicht van de zuiger wordt buiten beschouwing gelaten.

Door deze kracht ontstaat een druk onder de kleine zuiger:

$$p = \frac{F_1}{A_1} = \frac{10}{4} = 2,5 \text{ N/cm}^2$$

Deze druk verplaatst zich overal in de vloeistof en dus ook naar de onderkant van de grote zuiger.



# Druk

Op het oppervlak van de grote zuiger werkt dan een kracht van:

$$p = \frac{F_2}{A_2} \quad \rightarrow \quad F_2 = p \cdot A_2$$

$$F_2 = 2,5 \cdot 160 = 400 \text{ N}$$

Als we de waarden in deze berekening met elkaar vergelijken, dan ontstaat:

$$A_1 : A_2 = 4 : 160 = 1 : 40$$

$$F_1 : F_2 = 10 : 400 = 1 : 40$$

Hieruit kan de volgende evenredigheid gehaald worden:

$$F_1 : F_2 = A_1 : A_2$$

Hierin is

$F_1$  = de kracht op de eerste zuiger, in N;

$F_2$  = de kracht op de tweede zuiger, in N;

$A_1$  = het oppervlak van de eerste zuiger, in  $\text{m}^2$ ;

$A_2$  = het oppervlak van de tweede zuiger, in  $\text{m}^2$ ;

De krachten verhouden zich als de oppervlakten van de zuigers waarop ze werken.

Het voorbeeld had ook met behulp van deze evenredigheid opgelost kunnen worden:

$$F_1 : F_2 = A_1 : A_2$$

$$10 : F_2 = 4 : 160$$

$$F_2 = \frac{10 \cdot 160}{4} = 400 \text{ N}$$

Soms wordt de oppervlakte van de zuigers niet gegeven, maar wel de diameters van de zuigers. De evenredigheid komt er dan als volgt uit te zien:

$$F_1 : F_2 = A_1 : A_2$$

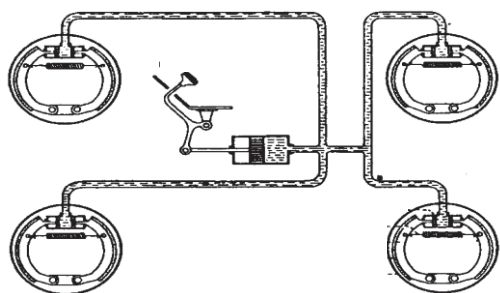
$$F_1 : F_2 = \frac{1}{4}\pi d^2 : \frac{1}{4}\pi D^2$$

$$F_1 : F_2 = d^2 : D^2$$

De krachten verhouden zich als de kwadraten van de diameters van de zuigers waarop ze werken.

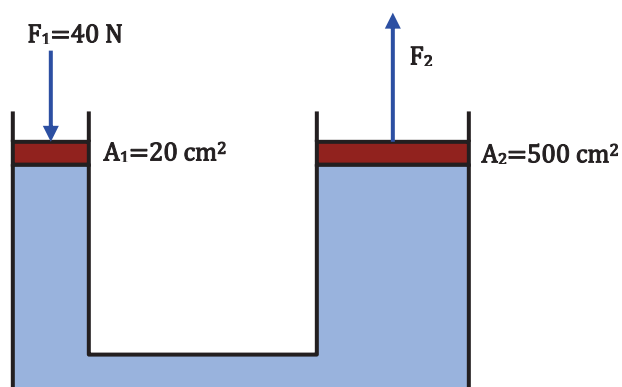
# Druk

We noemen zo'n systeem van zuigers een **hydraulisch systeem**. Een dergelijk systeem kennen we bij de reminstallatie van een auto. Drukken we op de rem, dan komt er druk op de hoofdremlcilinder. Deze druk wordt dan voortgeplant in de remleidingen naar ieder wiel, waar de druk op een remcilinder gaat werken en de auto laat remmen.

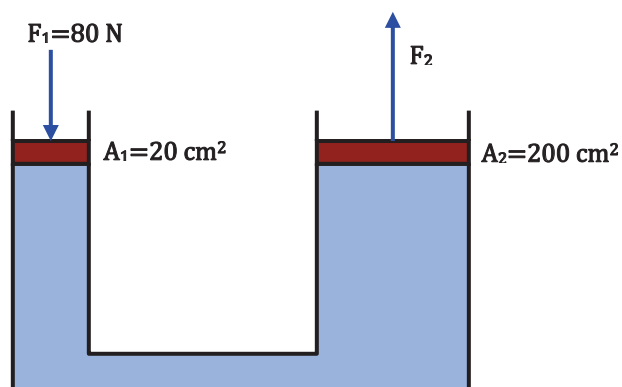


Opgaven.

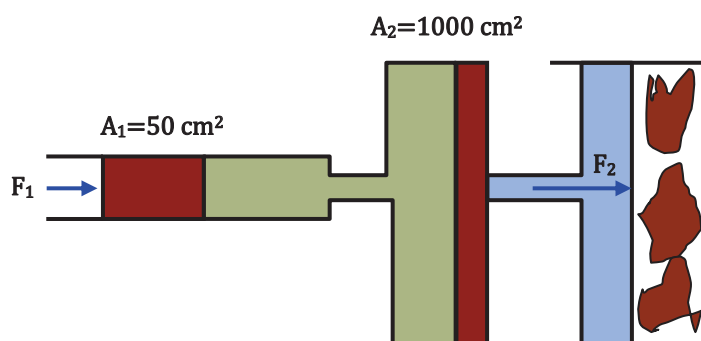
16. Hoe groot is de kracht op de rechter zuiger bij evenwicht?



17. Hoe groot is de kracht op de rechter zuiger bij evenwicht?

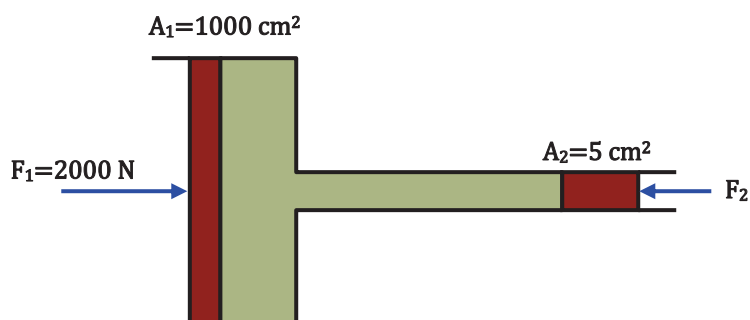


18. Bereken de kracht die op de grote zuiger van een hydraulische pers werkt als op de kleine zuiger een kracht van 500 N werkt. De oppervlakte van de kleine zuiger is  $25 \text{ cm}^2$  en van de grote zuiger  $150 \text{ cm}^2$ .
19. Bereken het oppervlak van de grote zuiger van een hydraulische pers als gegeven is dat de massa van de kleine zuiger 4 kg bedraagt en de massa van de grote zuiger 16 kg. Het oppervlak van de kleine zuiger is  $30 \text{ cm}^2$ .
20. Voor het samenpersen van schroot gebruikt men een hydraulische pers.



Zie de figuur voor de oppervlakten van de zuigers.  
De kracht  $F_1$  op de kleine zuiger is 600 N. Verwaarloos de wrijving in de pers.  
Hoe groot is de kracht  $F_2$  waarmee het schroot door de grote zuiger wordt samengeperst?

21. In de figuur is een hydraulisch werktuig getekend. De oppervlakten van de zuigers zijn in deze figuur aangegeven.  
Op de grote zuiger oefent men een kracht  $F_1 = 2000 \text{ N}$  uit.  
Hoe groot is de kracht  $F_2$ , die nodig is om de kleine zuiger op zijn plaats te houden?



22. Van een vorkheftruck zijn de volgende gegevens bekend:

diameter zuiger	100 mm
het gewicht van het hefmechanisme	2000 N
het gewicht van de last	7000 N

Bereken de vloeistofdruk in het hydraulisch systeem.

*opmerking: In de tekening is een vereenvoudigd schema van de hefinrichting van een heftruck weergegeven.*



Dichtheid vloeistoffen	kg/m <sup>3</sup>
Aceton	790
Kwik	13600
Water	1000
Zeewater	1025